**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория категорий

Category Theory

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 001282

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение студентов технике и методам теории категорий. Развитие у студентов прочных навыков владения языком и методами теории категорий; подготовка студентов к самостоятельной деятельности по применению техники и результатов теории категорий.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен иметь подготовку по основным математическим дисциплинам, изучаемым на 1-4 курсах, прежде всего – по основному куру алгебры и теории чисел.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

ПКА-1, ПКА-5, ПКП-1, ПКП-4, ПКП-5

Обучающийся должен знать содержание дисциплины "Теория категорий" и иметь достаточно полное представление о возможностях применения её разделов в других областях математики; иметь представление об основных инструментах: категорных конструкциях, функторах и их пределах и копределах, приложениях ситуаций сопряженности, эквивалентностях категорий, естественных преобразований функторов.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

В качестве основных форм аудиторной работы в рамках курса в седьмом семестре предполагается проведение практических занятий (30 часов) и самостоятельная работа в присутствии преподавателя (30 часов), которые представляют подробное изучение материала по соответствующим темам дисциплины.

Практические занятия подразумевают решение различных задач по темам курса. Самостоятельная работа, помимо решения задач, подразумевает подробное изучение теоретического материала по соответствующим темам дисциплины с использованием источников из списков основной и дополнительной литературы к курсу.

Объём занятий в активных и интерактивных формах - 30 часов. Промежуточная аттестация: экзамен в 7 семестре 4 курса.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Вариативный курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| Лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | 2 | 32 |  |  |  |  | 2 |  | 30 |  |  |  | 8 |  | 30 | 2 |
| границы наполняемости групп |  |  | 1-30 | 1-30 |  |  |  |  | 1-30 |  | 1-1 |  |  |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО |  |  | 2 | 32 |  |  |  |  | 2 |  | 30 |  |  |  | 8 |  | 30 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | экзамен, устно-письменно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

1. *Категории, функторы и естественные преобразования* (6 часов лекций).

Аксиомы категорий. Функторы. Примеры категорий и функторов. Произведения категорий. Фактор-категории. Естественные преобразования. Мономорфизмы, эпиморфизмы и нулевые морфизмы.

1. *Универсальные конструкции и пределы* (6 часов лекций).

Лемма Йонеды. Копроизведения и копределы. Произведения и пределы. Представимые функторы, копределы представимых функторов.

1. *Сопряженные функторы* (5 часов лекций).

Примеры сопряженных функторов. Рефлективные подкатегории. Эквивалентность категорий. Декартово замкнутые категории. Композиция сопряженных функторов. Преобразования сопряженных функторов.

1. *Пределы* (6 часов лекций).

Создание пределов. Связь пределов с произведениями и уравнителями. Сохранение пределов. Теорема Фрейда о сопряженном функторе.

1. *Абелевы категории* (7 часов лекций).

Ядра и коядра. Аддитивные категории. Абелевы категории. Категории, похожие на Sets. Леммы о диаграммах.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

По данному курсу предусмотрены проведение практических занятий и организация самостоятельной работы в присутствии преподавателя. Предполагается, что читают лекции и организуют самостоятельную работу преподаватели, имеющие опыт проведения занятий в рамках общего курса алгебры и теории чисел на 1-2 курсах и чтения вариативных курсов.

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению практических занятий,

участию в решении задач, активному участию обучающихся в обсуждении

рассматриваемых вопросов, самостоятельной работе, включающей в себя чтение

рекомендованной литературы.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студентов в рамках данной дисциплины является важным компонентом обучения. Настоящей программой предусмотрены формы самостоятельной работы в присутствии преподавателя. Кроме материалов курса для самостоятельной работы используются также источники, указанные в списках обязательной и дополнительной литературы.

**Перечень примерных вопросов для самостоятельной работы студентов**

1. Графы и свободные категории.

2. Сопряжённые функторы в топологии.

3. Симплициальная категория.

4. Монады и гомологии.

5. Расширения Кана.

6. Лемма о пяти морфизмах.

7. Лемма о змее.

8. Образующие категории.

9. Полное вложение малой абелевой категории в категорию Гротендика.

10. Проективные и инъективные объекты категории.

11. Локализация в кольцах.

12, Характеризация категорий Гротендика.

13. Теорема Крулля-Ремака-Шмидта

14. Строение инъективных объектов в локально нётеровых категориях.

15. Теории разложения для нётеровых колец.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение учебного года по дисциплине проводятся практические занятия с

выступлениями обучающихся, предлагаются темы и источники для самостоятельной

работы, проводятся контрольные работы и/или выдаются обязательные, как правило,

индивидуальные, домашние задания. В конце семестра проводится экзамен.

***Методика проведения экзамена***

Экзамен проводится в устно-письменной форме, оценка выставляется с учётом текущего контроля результатов работы обучающегося в течение семестра.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и студент удаляется с экзамена.

Студенту необходимо решить задачи по каждой из тем контрольных работ и обязательных домашних заданий и, при необходимости, ответить на дополнительные (в том числе – и теоретические) вопросы. При наличии нерешенных заданий, студенту предоставляется возможность решить аналогичную по тематике задачу во время проведения зачета. При необходимости преподаватель может задать дополнительные вопросы, как про ходу решения конкретной задачи, так и по темам курса в целом.

*Критерии выставления оценки за экзамен:*

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся самостоятельно решил все предложенные задачи и правильно ответил на дополнительные вопросы преподавателя.

Оценка «хорошо» ставится за решение всех предложенных задач (возможно, с помощью подсказок преподавателя) и правильные ответы на большинство дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится за умение решать основные типы задач по каждой теме (частично с помощью подсказок преподавателя) и отвечать на дополнительные вопросы, касающихся этих задач.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

**Примерный перечень тем для задач и вопросов к экзамену по курсу**

**Примерный перечень вопросов к экзамену по курсу**

1. Понятие категории. Примеры.
2. Понятие функтора. Примеры.
3. Естественные преобразования функторов. Примеры.
4. Контравариантность и двойственные категории.
5. Произведение категорий. Примеры.
6. Категории функторов.
7. Комма-категории. Примеры.
8. Свободные категории.
9. Фактор-категории.
10. Представимые функторы и лемма Йонеды. Приложения.
11. Копроизведения.
12. Копределы функторов. Примеры.
13. Произведения.
14. Пределы функторов. Примеры.
15. Функторы как копределы диаграмм представимых функторов.
16. Понятие сопряженных функторов. Примеры.
17. Эквивалентность категорий. Характеризация эквивалентности категорий.
18. Связь пределов с произведениями и уравнителями.
19. Теорема Фрейда о сопряженном функторе.
20. Аддитивные категории.
21. Ядра и коядра. Предабелевы категории.
22. Абелевы категории.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки содержания и качества учебного процесса может применяться тестирование в соответствии с методикой и графиком, утверждаемым в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций и организации самостоятельной работы привлекаются преподаватели, имеющие базовое образование и/или ученую степень, соответствующую профилю преподаваемой дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории (доска, мел, губка, маркер).

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартно оборудованные аудитории для проведения занятий.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел или цветные фломастеры, губки; бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров – в объеме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. С. Маклейн. Категории для работающего математика. М., Физматлит, 2004.

2. М. Ш. Цаленко, Е. Г. Шульгейфер. Основы теории категорий. М., Наука, 1974.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. F. Borceux. Handbook of categorical algebra, vv. 1–3. Cambridge Uni. Press,1 994.

2. И. Букур, А. Деляну. Введение в теорию категорий и функторов. М., Мир, 1972.

3. К. Фейс, Алгебра — кольца, модули и категории, том 1. — М.: Мир, 1977.

4. В. А. Артамонов, В. Н. Салий, Л. А. Скорняков, Л. Н. Шеврин, Е. Г. Шульгейфер. Общая алгебра. Том 2. — М., Наука, 1991.

5. R. Goldblatt. Topoi: The Categorial Analysis of Logic. Dover Books on Mathematics, 1984.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не предусмотрено.

**Раздел 4. Разработчики программы**

А. И. Генералов, профессор, д.ф.-м.н. кафедра высшей алгебры и теории чисел,

И. М. Зильберборд, доцент, к.ф.-м.н. кафедра высшей алгебры и теории чисел, i.zilberbord@mail.spbu.ru.